Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Física y Matemáticas

Concurso Nacional Pierre Fermat

GUÍA 2026

28.ª edición

Niveles: **Secundaria • Medio Superior • Superior**

Ciudad de México, 2026

`https://www.esfm.ipn.mx/pierre-fermat.html`

Pierre de Fermat: el príncipe de los aficionados

Pierre de Fermat nació en Beaumont-de-Lomagne, Francia, en **1607**, y falleció el **12 de enero de 1665** en Castres. De profesión era abogado y consejero del Parlamento de Toulouse; las matemáticas eran, para él, una pasión cultivada en sus ratos libres. Sin embargo, esa dedicación "amateur" lo convirtió en uno de los matemáticos más influyentes del siglo XVII, al grado de que se le conoce popularmente como *el príncipe de los aficionados*.

Sus contribuciones abarcan campos que hoy siguen siendo centrales en la matemática moderna. Junto con René Descartes sentó las bases de la **geometría analítica**. Desarrolló, de manera independiente a Newton y Leibniz, métodos para calcular máximos, mínimos y tangentes a curvas, adelantándose así al cálculo diferencial. En **teoría de números** sus aportaciones son legendarias: el *Pequeño Teorema de Fermat* —que para todo número primo p y entero a coprimo con p se cumple $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$— es hoy fundamental en criptografía y seguridad informática. Junto con Blaise Pascal fundó la **teoría de la probabilidad** a través de una célebre correspondencia en 1654 sobre juegos de azar.

Fermat nunca publicó un tratado completo; sus descubrimientos quedaron registrados en cartas a matemáticos como Marin Mersenne, Blaise Pascal y René Descartes, o en anotaciones marginales de libros. Ninguna de estas notas capturó tanto la imaginación popular como su **Último Teorema**: la afirmación de que la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no tiene soluciones enteras positivas para $n \geq 3$. Fermat la enunció en **1637** al margen de su ejemplar de la *Arithmetica* de Diofanto, añadiendo que tenía "una demostración verdaderamente maravillosa" que el margen era demasiado pequeño para contener. Esa nota al margen mantuvo en vilo a los matemáticos durante más de **350 años**, hasta que el británico Andrew Wiles presentó su demostración en 1994 y la publicó definitivamente en **1995**, utilizando herramientas matemáticas —formas modulares y curvas elípticas— que Fermat jamás habría imaginado.

Fermat murió en 1665, dejando tras de sí un legado de problemas, conjeturas y teoremas que siguen inspirando a generaciones de matemáticos.

El Concurso Nacional Pierre Fermat

El **Concurso Nacional Pierre Fermat** es una competencia de matemáticas organizada por la **Escuela Superior de Física y Matemáticas (ESFM) del Instituto Politécnico Nacional (IPN)** de México. Lleva el nombre del gran matemático francés como homenaje a su espíritu de rigor, curiosidad y amor por los números, valores que este concurso busca fomentar en los estudiantes mexicanos.

Su historia se divide en dos épocas. La **primera época** nació en **1990** por iniciativa de un grupo de estudiantes de la ESFM —entre ellos Ernesto Lupercio Lara, José Luis Flores Silva y Luis Cruz Romo— quienes, habiendo participado en olimpiadas de matemáticas, propusieron a las autoridades organizar un concurso propio. El primer concurso fue coordinado por el **Prof. Fabio Dávila Ojeda** y el estudiante **Francisco Zaragoza Martínez**, comenzando de manera local para estudiantes de la ESFM y algunos de nivel medio superior y secundaria. Esta primera época tuvo su fin en **1996**. La **segunda época** inició en **2002**, cuando el concurso adquirió carácter **nacional** al abrirse a estudiantes de toda la República Mexicana, eliminando restricciones de edad e incorporando nuevos temas de evaluación propios de la ESFM.

El concurso está dirigido a estudiantes de tres niveles educativos: **Secundaria**, **Medio Superior** y **Superior**, con el propósito de promover el pensamiento matemático desde edades tempranas y en todos los niveles de formación académica. Cada categoría cuenta con problemas diseñados para representar un desafío real: no basta memorizar fórmulas, sino que se requiere creatividad, razonamiento lógico y perseverancia, cualidades que definen al matemático auténtico.

La presente **Guía 2026** reúne los problemas preparatorios para las tres categorías. Cada problema ha sido cuidadosamente seleccionado y revisado por profesores de la ESFM-IPN, con el objetivo de que los participantes puedan explorar, practicar y prepararse de la mejor manera posible. Las respuestas correctas se indican con un recuadro, aunque se invita a cada estudiante a intentar resolver los problemas de manera independiente antes de consultarlas.

Que el espíritu curioso e incansable de Pierre de Fermat acompañe a cada participante en este camino.

Escuela Superior de Física y Matemáticas, IPN
Ciudad de México, 2026

Bases del Concurso Nacional Pierre Fermat 2026

Categorías
El concurso contempla tres categorías:

- **Nivel Secundaria**
- **Nivel Medio Superior**
- **Nivel Superior**

Registro
Del **23 de abril al 13 de junio de 2026**, de manera **gratuita y exclusivamente electrónica** en:

`https://www.esfm.ipn.mx/pierre-fermat.html`

No habrá prórroga al periodo definido. El nivel inscrito debe coincidir con el nivel en el que el participante se encuentre estudiando, por lo que deberá presentar un comprobante de estudios vigente (credencial o constancia) al momento de presentarse a la etapa eliminatoria.

Etapa eliminatoria
13 de junio de 2026, de 10:00 a 13:00 horas, en todas las sedes participantes a lo largo de la República Mexicana. Consiste en un examen de **opción múltiple de 25 preguntas** con un tiempo límite de **3 horas**. Los participantes con mejor calificación en cada sede avanzarán a la etapa final.

Etapa final
17 de octubre de 2026, de 10:00 a 14:00 horas, únicamente en las instalaciones de la **ESFM-IPN**, Ciudad de México. Consiste en un examen de **cinco preguntas abiertas** con un tiempo límite de **4 horas**. Los participantes deben desarrollar y justificar sus soluciones de manera completa.

Premios y reconocimientos

- Todos los concursantes que participen en la etapa eliminatoria recibirán un **diploma de participación**.
- Los ganadores de la etapa final recibirán **diploma y un reconocimiento** de parte de los patrocinadores.
- Se otorgarán **menciones honoríficas** a aquellos cuyas soluciones hayan sido especialmente destacadas.

Disposiciones generales

- Solo se permite la inscripción a **una única sede**.
- Se deben proporcionar todos los datos solicitados en el formulario de registro con cuidado y veracidad.
- Queda estrictamente prohibido el uso de cualquier dispositivo electrónico durante los exámenes.
- Cualquier situación no prevista en estas bases será resuelta por el comité organizador de la ESFM-IPN, cuya decisión será inapelable.

Fechas importantes 2026

Evento	**Fecha y hora**
Publicación de convocatoria	23 de abril de 2026
Registro en línea	23 de abril al 13 de junio de 2026
Etapa eliminatoria	13 de junio de 2026, 10:00 – 13:00 hrs.
Etapa final	17 de octubre de 2026, 10:00 – 14:00 hrs.
Premiación	13 de noviembre de 2026, 12:00 p.m.

La ceremonia de premiación se llevará a cabo en el Auditorio *"Víctor Flores Maldonado"* de la ESFM-IPN, Ciudad de México.

Registro e información: `https://www.esfm.ipn.mx/pierre-fermat.html`

NIVEL SECUNDARIA

GUÍA 2026
NIVEL SECUNDARIA

Problema 1.
Considere los conjuntos $A := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B := \{1, 3, 4, 5, 7, 8, a, b, c\}$ y $C := \{a, b, d, 2, 5, 6\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es vacío?

a) $(A \cap B) \cup C$.

b) $(A \setminus B) \cap C$.

c) $((C \setminus B) \setminus A) \cap B$.

d) $(A \setminus C) \cap (B \cup C)$.

Problema 2.
Tomando el conjunto $\mathbb{Z}_{26} = \{0, 1, 2, \ldots, 25\}$, se define una suma $\oplus$ de elementos a, b en $\mathbb{Z}_{26}$ como $a \oplus b = r$, donde r es el residuo de la división $(a+b)/26$. Resuelva las ecuaciones $16 \oplus 21 = x$ y $12 \oplus y = 0$ para $x, y \in \mathbb{Z}_{26}$.

a) $x = 11$ y $y = 14$.

b) $x = 5$ y $y = 1$.

c) $x = 24$ y $y = 12$.

d) $x = 0$ y $y = 1$.

Problema 3.
Sean $a = 125$, $b = 12$ y $c = 96$. Calcule el máximo común divisor de a, b y c, denotado por (a, b, c), y el mínimo común múltiplo, denotado por $[a, b, c]$.

a) $(a, b, c) = 12$ y $[a, b, c] = 14400$.

b) $(a, b, c) = 96$ y $[a, b, c] = 12200$.

c) $(a, b, c) = 1$ y $[a, b, c] = 14000$.

d) $(a, b, c) = 1$ y $[a, b, c] = 12000$.

Problema 4.
Para este ejercicio se toman los siguientes símbolos para la operación lógica asignada: $\wedge \to$ y, $\vee \to$ o, $\oplus \to$ o exclusivo, $\neg \to$ negación y $\Rightarrow \to$ condicional. Considerando las tablas de verdad de las operaciones enunciadas, determine cuál de las siguientes combinaciones es verdadera, si V representa verdadero y F falso.

a) $((V \oplus V) \Rightarrow F) \wedge \neg V$.

b) $\neg(V \wedge F) \Rightarrow V$.

c) $\neg((V \Rightarrow F) \vee V) \vee F$.

d) $((\neg V \wedge V) \Rightarrow V) \Rightarrow F$.

Problema 5.
En la siguiente fórmula, despeje el símbolo a, considerando que todos los símbolos son números reales, de tal manera que en cualquier fracción el denominador nunca se anula.

$$(a + b)^2 - ab = c(b^2 - a^2).$$

a) $a = \sqrt{\frac{b^2}{1+c}\left(\frac{1+c^2}{1+c}\right)}$.

b) $a = \sqrt{\frac{b^2}{1+c}\left(\frac{5/4+c^2}{1+c}\right)} - \frac{b}{2(1+c)}$.

c) $a = \pm\sqrt{\frac{b^2}{1+c}\left(\frac{1+c^2}{1+c}\right)}$.

d) $a = \pm\sqrt{\frac{b^2}{1+c}\left(\frac{5/4+c^2}{1+c}\right)} - \frac{b}{2(1+c)}$.

Problema 6.
Dado $n \in \mathbb{N}$ un número natural mayor que uno, si para cualquier $k \in \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$ se denota $\phi_k = \frac{2k\pi}{n}$, calcule el valor de las siguientes sumas.

$$a = \sum_{k=0}^{n-1} \cos(\phi_k), \qquad b = \sum_{k=0}^{n-1} \sin(\phi_k).$$

a) $a = 0$ y $b = 0$.

b) $a = 1/2$ y $b = 1/2$.

c) $a = 3/4$ y $b = 1/4$.

d) $a = 1$ y $b = 0$.

Problema 7.
¿Cuál es el valor de la fracción

$$\frac{7^{99} + (7^{98} \cdot 5) + (7^{97} \cdot 5^2) + \cdots + (7^2 \cdot 5^{97}) + (7 \cdot 5^{98}) + 5^{99}}{7^{100} - 5^{100}} \text{ ?}$$

a) 7.

b) 0.7.

c) 5.

d) 0.5.

Problema 8.
¿Cuál es la identidad trigonométrica de la fracción $\dfrac{\cot\theta \sec^2\theta}{1 + \cot^2\theta}$?

a) $\cot\theta$.

b) $\tan\theta$.

c) $\csc\theta$.

d) $\sec\theta$.

Problema 9.
Considere las rectas

$$\frac{x-k}{3} = \frac{4y+5k}{2} \qquad \text{y} \qquad \frac{2x+3k}{2} = \frac{3y+k}{3},$$

donde k es una constante real. ¿Cuál es el punto de intersección de las rectas?

a) $\left(-\dfrac{31}{10}k,\ -\dfrac{29}{15}k\right)$.

b) $\left(-\dfrac{31}{10}k,\ \dfrac{29}{15}k\right)$.

c) $\left(\dfrac{31}{10}k,\ -\dfrac{29}{15}k\right)$.

d) $\left(\dfrac{31}{10}k,\ \dfrac{29}{15}k\right)$.

Problema 10.
Considere la ecuación de la recta $y = -5x - 1$ y la ecuación cuadrática $y = x^2 - 3x - 1$. ¿Cuáles son los puntos del plano donde sus gráficas se intersectan?

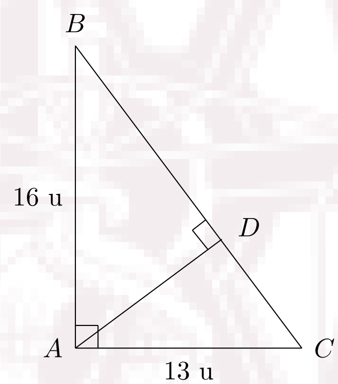
a) $(0, 1)$ y $(-2, 9)$.

b) $(0, -1)$ y $(2, 9)$.

c) $(0, -1)$ y $(-2, 9)$.

d) $(0, 1)$ y $(2, 9)$.

Problema 11.
Considere la figura de abajo, la cual es un triángulo rectángulo $\triangle ABC$ que en su vértice A forma el ángulo de $90°$ y sus catetos miden 16 y 13 unidades. ¿Cuál es la medida del segmento $\overline{AD}$ sabiendo que éste es perpendicular al segmento $\overline{BC}$?



a) $\dfrac{208}{5\sqrt{13}}$.

b) $\dfrac{208}{5\sqrt{17}}$.

c) $\dfrac{208}{5\sqrt{19}}$.

d) $\dfrac{208}{5\sqrt{21}}$.

Problema 12.
Sean k un número real no cero y L la recta cuya ecuación está dada por $y = 3kx - 4$. ¿En qué conjunto se encuentran los valores x reales tales que el punto del plano (x, k^2) pertenezca a la gráfica de la recta L?

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3/4 \leq x \leq 3/4\}$.

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3/4 \text{ o } x \geq 3/4\}$.

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid -4/3 \leq x \leq 4/3\}$.

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -4/3 \text{ o } x \geq 4/3\}$.

Problema 13.
¿Cuál es la medida del radio de la circunferencia que pasa por los puntos del plano $(-1,1)$, $(1,2)$ y $(2,0)$?

a) $\sqrt{\frac{4}{3}}$.

b) $\sqrt{\frac{5}{2}}$.

c) $\sqrt{\frac{7}{3}}$.

d) $\sqrt{\frac{9}{5}}$.

Problema 14.
Considere un cono recto de área A unidades cuadradas y de volumen V unidades cúbicas. Si el cono tiene radio r y altura h de misma magnitud e igual a 12 unidades, ¿cuál debe ser la relación entre la magnitud del área A y la del volumen V?

a) $A = \frac{1+\sqrt{2}}{2}V$.

b) $A = \frac{1+\sqrt{2}}{3}V$.

c) $A = \frac{1+\sqrt{2}}{4}V$.

d) $A = \frac{1+\sqrt{2}}{5}V$.

Problema 15.
Sean a, b, c números reales positivos tales que $a+b+c = 6$ y $ab+bc+ca = 9$. ¿Cuál es el valor de $a^2+b^2+c^2$?

a) 9.

b) 18.

c) 36.

d) 27.

Problema 16.
Cinco estudiantes: Ana, Bruno, Carla, Diego y Elena se sentarán en una fila de cinco sillas. Se sabe que:

- Ana no puede sentarse entre Bruno y Carla.
- Diego y Elena no pueden sentarse juntos.
- Bruno debe sentarse en una de las dos orillas.

¿De cuántas maneras distintas pueden sentarse los cinco estudiantes cumpliendo todas las condiciones?

a) 20.

b) 12.

c) 24.

d) 48.

Problema 17.
Sea x un número real positivo tal que $x + \frac{1}{x} = 5$. ¿Cuál es el valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$?

a) 21.

b) 20.

c) 23.

d) 25.

Problema 18.
Sean x y y dos números reales distintos. Se sabe que la suma de los números es S y su producto es P. Muchas expresiones algebraicas que involucran x y y pueden escribirse únicamente en función de S y P. Por ejemplo, la expresión $x^3 + y^3$ puede reescribirse utilizando solamente S y P. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa correctamente el valor de $x^3 + y^3$ en función de S y P?

a) $S^3 - 3PS$.

b) $S^3 + 3PS$.

c) $S^3 - 2PS$.

d) $S^2 - 3PS$.

Problema 19.
Considere la suma

$$S = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 21}.$$

¿Cuál es el valor de S?

a) $\frac{9}{20}$.

b) $\frac{10}{21}$.

c) $\frac{20}{21}$.

d) $\frac{11}{21}$.

Problema 20.
Sean a y b números naturales tales que $a+b=105$ y $12a=9b$. Sea S la suma de todos los divisores positivos de a y sea T el producto de todos los divisores positivos de b. ¿Cuál es el valor de $\frac{T}{S}$?

a) $\frac{60^5}{78}$.

b) $\frac{60^6}{39}$.

c) $\frac{60^6}{78}$.

d) $\frac{60^5}{39}$.

Problema 21.
Sean $a,b,c,d \in \mathbb{N}$. Si se sabe que $\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}=15$, ¿cuál es el mayor entero posible que se puede formar por la suma $b+d$?

a) 9.

b) 12.

c) 14.

d) 16.

Problema 22.
El conjunto de triángulos rectángulos de la figura es infinito. Todos comparten una misma altura de longitud X. El primer triángulo tiene una base de longitud K. Cada triángulo consecutivo tiene una base que mide exactamente la mitad de la base del triángulo anterior. ¿Cuál es el área total de la figura formada por la unión de todos los triángulos?

a) $2KX$.

b) $\frac{XK}{2-\frac{1}{2}}$.

c) $\frac{XK}{2-XK}$.

d) XK.

Problema 23.
¿Cuál es el conjunto de valores de x que satisfacen

$$\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}}=1\,?$$

a) $[5,\infty)$.

b) $(-\infty, 10]$.

c) $[5, 10]$.

d) $[-10, -5]$.

Problema 24.
El intervalo más grande para el cual $x^{12} - x^9 + x^4 - x + 1 > 0$ es:

a) $-4 < x \leq 0$.

b) $0 < x < 1$.

c) $-100 < x < 100$.

d) $-\infty < x < \infty$.

Problema 25.
Si $\left|\dfrac{x^2+6}{5x}\right| \geq 1$, entonces x pertenece a:

a) $(-\infty, -3)$.

b) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$.

c) $(-\infty, -3] \cup [-2, 0) \cup (0, 2] \cup [3, \infty)$.

d) $\mathbb{R}$.

NIVEL MEDIO SUPERIOR

GUÍA 2026
NIVEL MEDIO SUPERIOR

Problema 1.
Dados los siguientes puntos $(-6, 2)$, $(-4, -4)$, $(-2, 4)$, $(4, -2)$ y $(6, 2)$, ¿qué tipo de cónica forman?

a) Circunferencia.

b) Parábola.

c) Elipse.

d) Hipérbola.

Problema 2.
¿Cuál es el límite de la sucesión definida por $a_{n+1} = \dfrac{a_n + \sqrt{3}}{2}$?

a) ∞.

b) $\sqrt{3}$.

c) 3.

d) 0.

Problema 3.
¿Cuál es el resultado de $(1324)_5 \times (4422)_5$?

a) $(13143333)_5$.

b) $(13142323)_5$.

c) $(13142322)_5$.

d) $(13142333)_5$.

Problema 4.
Alejandro pinta una casa en 3 horas, Bruno en 2 horas con 30 minutos y Carlos en 2 horas con 45 minutos. ¿Cuánto tiempo tardan si trabajan juntos?

a) $\approx$ 1:00 horas.

b) $\approx$ 1:05 horas.

c) $\approx$ 0:59 horas.

d) $\approx$ 0:55 horas.

Problema 5.
¿Cuántas soluciones enteras positivas tiene la ecuación $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 60$?

a) 0.

b) 27.

c) 35.

d) 59.

Problema 6.
¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(1, 5)$ y $(6, 0)$?

a) $x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0$.

b) $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 8 = 0$.

c) $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$.

d) $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$.

Problema 7.
¿Cuál es el área de la región sombreada formada por un sector circular de radio r y ángulo $\pi/3$ más un segmento circular de radio r y ángulo $\pi/2$?

a) $r^2\left(\frac{\pi-2}{4}\right)+\frac{\pi r^2}{4}$.

b) $\frac{3\pi r^2-6r^2}{12}+\frac{\pi r^2}{6}$.

c) $\frac{3\pi r^2+4r^2}{12}+\frac{2\pi r^2}{3}$.

d) $\left(\frac{\pi r^2}{4}-\frac{r^2}{2}\right)+\frac{\pi r^2}{3}$.

Problema 8.
Doce trabajadores construyen 240 metros de carretera en 15 días trabajando 7 horas diarias. ¿Cuántos trabajadores se necesitan para construir 600 metros en 20 días trabajando 6 horas diarias?

a) 22.

b) 24.

c) 26.

d) 28.

Problema 9.
Sea $f(x)=kx^2-(2k+3)x+6$, con $k\neq 0$. Si $f(x)>0$ para exactamente tres valores enteros negativos de x, ¿cuál es el conjunto de valores de k?

a) $k<-1$.

b) $0<k\leq\frac{3}{4}$.

c) $-\frac{3}{4}\leq k<0$.

d) $-1<k\leq-\frac{3}{4}$.

Problema 10.
Si una función de valor real f se define como

$$f(x)=\lim_{\alpha\to 0}\frac{\cos(x+4\alpha)-4\cos(x+3\alpha)+6\cos(x+2\alpha)-4\cos(x+\alpha)+\cos x}{\alpha^4},$$

¿cuál es el valor de $|f_{\text{mín}}-f_{\text{máx}}|$?

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 4.

Problema 11.
En una circunferencia de radio r, se inscribe un triángulo isósceles $\triangle ABC$ con $AB = AC$. Si el perímetro del triángulo es

$$P = 2\left(\sqrt{2hr - h^2} + \sqrt{2hr}\right)$$

y el área es $A = h\sqrt{2hr - h^2}$, donde h es la altura desde A hasta BC, ¿cuál es el valor de $\lim_{h\to 0} \frac{A}{P^3}$?

a) $128r$.

b) $\frac{1}{128r}$.

c) $\frac{1}{64r}$.

d) Ninguna de las anteriores.

Problema 12.
Los valores de las constantes a y b para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|}, & |x| \geq 1 \\ ax^2 + b, & |x| < 1 \end{cases}$$

sea continua y diferenciable en todo $\mathbb{R}$ son:

a) $a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{3}{2}$.

b) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{3}{2}$.

c) $a = \frac{-1}{2}$, $b = \frac{-3}{2}$.

d) Ninguna de las anteriores.

Problema 13.
Considere los siguientes enunciados:

Enunciado I: $(p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge q)$ es una contradicción.

Enunciado II: $(p \Rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$ es una tautología.

a) El Enunciado I es verdadero y el Enunciado II es verdadero; el Enunciado II es una explicación correcta del Enunciado I.

b) El Enunciado I es verdadero y el Enunciado II es verdadero; el Enunciado II *no* es una explicación correcta del Enunciado I.

c) El Enunciado I es verdadero y el Enunciado II es falso.

d) El Enunciado I es falso y el Enunciado II es verdadero.

Problema 14.
¿Cuál es el valor de $\sqrt{2}\int \dfrac{\sin x\,dx}{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}$?

a) $x+\log\left|\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+C.$

b) $x-\log\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+C.$

c) $x+\log\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+C.$

d) $x-\log\left|\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right|+C.$

Problema 15.
La normal en el punto P de la elipse $x^2+4y^2=16$ intersecta al eje X en Q. Si M es el punto medio del segmento PQ, el lugar geométrico de M intersecta a la latus recta de la elipse en los puntos:

a) $\left(\pm\frac{3\sqrt{5}}{2},\,\pm\frac{2}{7}\right).$

b) $\left(\pm\frac{3\sqrt{5}}{2},\,\pm\frac{\sqrt{19}}{4}\right).$

c) $\left(\pm 2\sqrt{3},\,\pm\frac{1}{7}\right).$

d) $\left(\pm 2\sqrt{3},\,\pm\frac{4\sqrt{3}}{7}\right).$

Problema 16.
Sean A y B puntos con coordenadas (x_1,y_1) y (x_2,y_2) respectivamente. Se define la distancia entre A y B como $d(A,B)=\text{máx}\{|x_1-x_2|,\,|y_1-y_2|\}$. Si $d(A,O)=1$, donde O es el origen, el lugar geométrico de A encierra un área de:

a) 4 unidades cuadradas.

b) 2 unidades cuadradas.

c) 1 unidad cuadrada.

d) $\frac{1}{4}$ de unidad cuadrada.

Problema 17.
El lugar geométrico del ortocentro del triángulo formado por las rectas $(1+p)x - py + p(1+p) = 0$, $(1+q)x - qy + q(1+q) = 0$ e $y = 0$, donde $p \neq q$, es:

a) Una hipérbola.

b) Una parábola.

c) Una elipse.

d) Una recta.

Problema 18.
Si una circunferencia tiene dos de sus diámetros sobre las rectas $x + y = 5$ y $x - y = 1$, y su área es 9π, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia?

a) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$.

b) $x^2 + y^2 + 6x - 4y - 3 = 0$.

c) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$.

d) $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0$.

Problema 19.
Sean A, B y C tres puntos sobre una parábola. Las tangentes a la parábola en estos puntos forman el triángulo $\triangle MNP$ (NP es tangente en A, PM en B y MN en C). Si la recta por B paralela al eje de la parábola intersecta a AC en L, entonces el cuadrilátero $LMNP$:

a) Es siempre un paralelogramo.

b) Nunca puede ser un paralelogramo.

c) Es un paralelogramo solo cuando las ordenadas de A, B, C forman una progresión aritmética.

d) Siempre tiene exactamente dos lados paralelos entre sí.

Problema 20.
Sean $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$, con $y_1 < 0$ e $y_2 < 0$, los extremos de la latus recta de la elipse $x^2 + 4y^2 = 4$. Las ecuaciones de las parábolas con latus recta PQ son:

a) $x^2 + 2\sqrt{3}\,y = \pm 3\sqrt{3}$.

b) $x^2 \pm 2\sqrt{3}\,y = 3 \mp \sqrt{3}$.

c) $x^2 + 2\sqrt{3}\,y = \sqrt{3} + 3$.

d) $x^2 - 2\sqrt{3}\,y = \sqrt{3} + 3$.

Problema 21.
Si $x > 1$, $y > 1$, $z > 1$ y x, y, z están en progresión geométrica, entonces $(\log x^2)^{-1}$, $(\log xy)^{-1}$, $(\log xz)^{-1}$ están en:

a) Progresión aritmética (PA).

b) Progresión geométrica (PG).

c) Progresión armónica (PH).

d) Ninguna de las anteriores.

Problema 22.
Si A y B son eventos tales que $P(\overline{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ y $P(A \cap \overline{B}) = 0.5$, ¿cuál es el valor de $P\big(B \,/\, A \cup \overline{B}\big)$?

a) $\frac{1}{2}$.

b) $\frac{1}{4}$.

c) $\frac{3}{4}$.

d) $\frac{4}{5}$.

Problema 23.
¿Cuál es el valor de $\displaystyle\int \sin 51x\,(\sin x)^{49}\,dx$?

a) $\dfrac{\sin 50x\,(\sin x)^{50}}{50} + C$.

b) $\dfrac{\cos 50x\,(\sin x)^{50}}{50} + C$.

c) $\dfrac{\cos 50x\,(\cos x)^{50}}{50} + C$.

d) $\dfrac{\sin 50x\,(\sin x)^{51}}{50} + C$.

Problema 24.
Sea $[\cdot]$ la función parte entera. ¿Cuál es el valor de

$$\lim_{x\to 0} x^2\left(1 + 2 + 3 + \cdots + \left[\frac{1}{|x|}\right]\right)?$$

a) 1.

b) $\frac{3}{2}$.

c) $\frac{1}{2}$.

d) 2.

Problema 25.
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función positiva y decreciente tal que

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f\left(\dfrac{x - x^3/6}{f(x)}\right)}{f(x)} = 1.$$

¿Cuál es el valor de $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{f(\sin x)}{f(x)}$?

a) 1.

b) $\frac{\pi}{2}$.

c) $\frac{1}{6}$.

d) $\frac{\pi}{36}$.

NIVEL SUPERIOR

GUÍA 2026
NIVEL SUPERIOR

Problema 1.
Sea $T : (0,\infty) \times (0,\infty) \to \mathbb{R}^2$ dada por $T(u,v) = \left(\dfrac{\sqrt{u}}{v}, \sqrt{uv}\right)$. En cada caso elija la opción verdadera.

a) T es inyectiva, de clase C^1 y con Jacobiano no nulo.

b) Si $D = (0,\infty) \times (0,\infty)$ entonces D es isomorfo a $\mathbb{R}^2$.

c) $T([1,2] \times [1,4])$ es un círculo.

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 2.
En cada caso elija la opción verdadera.

a) $\left(\sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 t\, dt} + \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 t\, dt}\right)^2 < 1.$

b) $\left(\sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 t\, dt} + \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 t\, dt}\right)^2 < \pi.$

c) $\left(\sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 t\, dt} + \sqrt{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 t\, dt}\right)^2 \geq \pi.$

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 3.
Sea $T : P_2(\mathbb{R}) \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$, $T(f) = \begin{pmatrix} f(1) - f(2) & 0 \\ 0 & f(0) \end{pmatrix}$. En cada caso elija la opción verdadera.

a) $\ker T \cong \mathcal{L}\big(x - x^2,\, x + x^2\big)$.

b) Existe $U : T(P_2(\mathbb{R})) \to \mathcal{L}\big(1 - x^2,\, 1 + x^2\big)$ lineal invertible.

c) $P_2(\mathbb{R}) \cup \ker T \cong M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 4.
Sea $A \subseteq \mathbb{R}^n$. En cada caso elija la opción verdadera.

a) Si $(\overline{A})^\circ = \emptyset$ entonces existen $p \in \mathbb{R}^n$ y $\varepsilon > 0$ tal que $A \cap \overline{B(p,\varepsilon)} = \emptyset$.

b) Si $(\overline{A})^\circ = \emptyset$ entonces A es abierto y cerrado.

c) Si A es compacto entonces existe una sucesión de Cauchy en A que no converge en A.

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 5.
Sea $p(\lambda)$ el polinomio característico de una matriz $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$. En cada caso elija la opción verdadera.

a) Si $p(0) = 1$ entonces rango $A^2 = 2n$.

b) Si $p(i) = 0$ para $i = 1, 2, \ldots, n$ entonces A es diagonalizable pero no es invertible.

c) Si $p(0) = 1$ y $B \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ es semejante a A entonces B es semejante a la matriz identidad.

d)

Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 6.
Sea $A_i \subseteq \mathbb{R}^n$ para cada $i \in \mathbb{N}$, tal que toda sucesión en A_i tiene una subsucesión convergente en A_i. Sea $A = \bigcap\{A_i : i \in \mathbb{N}\}$. En cada caso elija la opción verdadera.

a) Existe $B \subseteq A$ tal que B es infinito y no tiene puntos de acumulación en A.

b) Todo $B \subseteq A$ tal que B es infinito, tiene un punto de acumulación en A.

c) Existe una sucesión de Cauchy en A que no converge en A.

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 7.
Si $a \equiv b \pmod{3}$, en cada caso elija la opción verdadera.

a) $10a - 19b$ no es divisible por 3.

b) El máximo común divisor de 3 y $10a - 19b$ es $10a - 19b$.

c) El mínimo común múltiplo de 3 y $10a - 19b$ es $10a - 19b$.

d) Ninguna de las opciones es verdadera.

Problema 8.
Sea V un K-espacio vectorial de dimensión $n > 1$. Si $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ es una base de V, determine cuál de los siguientes enunciados es siempre verdadero:

i) $\{\alpha_1,\, \alpha_1 + 2\alpha_2, \ldots, \alpha_1 + 2\alpha_2 + \cdots + n\alpha_n\}$ siempre es base de V.

ii) $\{\alpha_1 + \alpha_2,\, \alpha_2 + \alpha_3, \ldots, \alpha_{n-1} + \alpha_n,\, \alpha_n + \alpha_1\}$ siempre es base de V.

iii) $\{\alpha_1,\, 2\alpha_1, \ldots, n\alpha_n\}$ siempre es base de V.

iv) $\{\alpha_1,\, \alpha_1 + \alpha_2, \ldots, \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n\}$ siempre es base de V.

Problema 9.
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función que admite derivada de segundo orden sobre $\mathbb{R}$ tal que $|f(x)| \leq 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$ y $(f(0))^2 + (f'(0))^2 = 4$. Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

i) $f(0) = 1$ y $f'(0) = \sqrt{3}$.

ii) Existe $x_0 \in \mathbb{R}$ tal que $f(x_0) + f''(x_0) = 0$.

iii) $f''(0) = 0$.

Problema 10.
Sean $(V, \|\cdot\|)$ un espacio normado y $A, B \subseteq V$. Defina $A + B = \{a + b : a \in A,\, b \in B\}$. Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

i) Si A es cerrado en $(V, \|\cdot\|)$ entonces $A + B$ es cerrado en $(V, \|\cdot\|)$.

ii) Si A y B son cerrados en $(V, \|\cdot\|)$ entonces $A + B$ es cerrado en $(V, \|\cdot\|)$.

iii) Si A es abierto en $(V, \|\cdot\|)$ entonces $A + B$ es abierto en $(V, \|\cdot\|)$.

iv) Si A es abierto y B es cerrado en $(V, \|\cdot\|)$ entonces $A + B$ no es abierto ni cerrado en $(V, \|\cdot\|)$.

Problema 11.
Sean $V = [-1, 1] \times [-1, 1] \subset \mathbb{R}^2$ y $f(x, y) \in \mathbb{R}[x, y]$ (anillo de polinomios en las indeterminadas x, y con coeficientes en $\mathbb{R}$). Suponga que $f(a, b) = 0$ para todo $(a, b) \in V$. Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

i) $f(2,2) \neq 0$.

ii) Si $(c,d) \in \mathbb{R}^2$ y $f(c,d) = 0$ entonces $(c,d) \in V$.

iii) $f(a,b) = 0$ para todo $(a,b) \in \mathbb{R}^2$.

iv) $f(a,b) = 0$ para todo $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ salvo un subconjunto numerable de $\mathbb{R}^2$.

Problema 12.
Sea $f : \mathbb{R} \to S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ la función definida como $f(x) = (\cos x, \operatorname{sen} x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

i) f no mapea conjuntos cerrados en $\mathbb{R}$ en conjuntos cerrados en S^1.

ii) f es biyectiva.

iii) f no es continua sobre $\mathbb{R}$.

iv) f tiene una función inversa continua sobre S^1.

Problema 13.
Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones tales que $f(x + g(y)) = 2x + y + 5$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$. Determine cuál de los siguientes enunciados es verdadero:

a) $g(x + f(y)) = \frac{1}{2}x + y + \frac{5}{2}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

b) $g(x + f(y)) = x + \frac{1}{2}y + \frac{5}{2}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

c) $g(x + f(y)) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + 5, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

d) $g(x + f(y)) = \frac{1}{3}x + y + \frac{5}{3}, \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$

Problema 14.
Si $p(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_m x^m$ es un polinomio con coeficientes reales a_i, se define

$$\Gamma(p(x)) = a_0^2 + a_1^2 + \cdots + a_m^2.$$

Sea $f(x) = 3x^2 + 7x + 2$. ¿Cuál de los siguientes polinomios $g(x)$ con coeficientes reales satisface $g(0) = 1$ y $\Gamma(f(x)^n) = \Gamma(g(x)^n)$ para todo entero $n \geq 1$?

a) $g(x) = 3x^2 + 7x + 2$.

b) $g(x) = 7x^2 + 3x + 2$.

c) $g(x) = 7x^2 - 3x + 2$.

d) $g(x) = 3x^2 - 7x + 2$.

Problema 15.
Sabiendo que $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}$, ¿cuál es el valor de la integral

$$\int_0^{\infty} t^{-1/2}\, e^{-1985(t+t^{-1})}\, dt\ ?$$

a) $\sqrt{\pi}\, e^{-1985}$.

b) $\dfrac{\sqrt{\pi}}{1985}\, e^{-3970}$.

c) $\sqrt{\pi}\, e^{-3970}$.

d) $\dfrac{\sqrt{\pi}}{2}\, e^{-1985}$.

Problema 16.
Una *transversal* de una matriz A de $n \times n$ consiste en n entradas de A, no dos en la misma fila o columna. Sea $f(n)$ el número de matrices A de $n \times n$ que satisfacen:

(a) Cada entrada $\alpha_{i,j}$ de A pertenece al conjunto $\{-1, 0, 1\}$.

(b) La suma de las n entradas de toda transversal es la misma para todas las transversales de A.

¿Cuál es la fórmula de $f(n)$ de la forma $f(n) = a_1 b_1^n + a_2 b_2^n + a_3 b_3^n + a_4$, donde los a_i y b_i son números racionales?

a) $f(n) = 2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n + 1^n + 2$.

b) $f(n) = 2 \cdot 3^n - 3 \cdot 2^n + 2 \cdot 1^n + 1$.

c) $f(n) = 3 \cdot 3^n - 2 \cdot 2^n + 1^n + 1$.

d) $f(n) = 2 \cdot 3^n + 3 \cdot 2^n - 2 \cdot 1^n - 1$.

Problema 17.
Las curvas A, B, C y D se definen en el plano como sigue:

$$A = \left\{(x, y) : x^2 - y^2 = \frac{x}{x^2 + y^2}\right\}, \quad B = \left\{(x, y) : 2xy + \frac{y}{x^2 + y^2} = 3\right\},$$

$$C = \left\{(x, y) : x^3 - 3xy^2 + 3y = 1\right\}, \quad D = \left\{(x, y) : 3x^2y - 3x - y^3 = 0\right\}.$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) $A \cap B = C \cap D$.

b) $A \cup B = C \cup D$.

c) $A \cap B = \emptyset$.

d) $A \cap C = B \cap D$.

Problema 18.
Sea $\vec{G}(x, y) = \left(\dfrac{-y}{x^2 + 4y^2}, \dfrac{x}{x^2 + 4y^2}, 0\right)$. Se desea saber si existe una función vectorial $\vec{F}(x, y, z) = (M, N, P)$ tal que: (i) M, N, P tienen derivadas parciales continuas para todo $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$; (ii) Curl $\vec{F} = \vec{0}$ para todo $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$; (iii) $\vec{F}(x, y, 0) = \vec{G}(x, y)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Sí existe tal $\vec{F}$, ya que $\vec{G}$ es conservativo en todo $\mathbb{R}^2$.

b) Sí existe tal $\vec{F}$, ya que el rotacional de $\vec{G}$ es cero en todo $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

c) No existe tal $\vec{F}$, ya que $\vec{G}$ no es diferenciable en el origen.

d) No existe tal $\vec{F}$, ya que $\vec{G}$ tiene rotacional cero pero no es conservativo en su dominio, el cual no es simplemente conexo.

Problema 19.
Dado $q \in (0,1)$, la q-derivada de $f \in C(I,\mathbb{R})$ está dada por

$$D_q[f(x)] = \frac{f(x) - f(qx)}{x - qx}, \quad \forall\, x \in I.$$

¿Cuál es el valor de $D_q[\sin x]$?

a) $1 - \frac{1}{3!}x^2\frac{1-q^3}{1-q} + \frac{1}{5!}x^4\frac{1-q^5}{1-q} - \frac{1}{7!}x^6\frac{1-q^7}{1-q} + \cdots$

b) $1 + \frac{1}{3!}x^2\frac{1-q^3}{1-q} - \frac{1}{5!}x^4\frac{1-q^5}{1-q} + \frac{1}{7!}x^6\frac{1-q^7}{1-q} - \cdots$

c) $1 - \frac{1}{2!}x^2\frac{1-q^3}{1-q} + \frac{1}{4!}x^4\frac{1-q^5}{1-q} - \frac{1}{6!}x^6\frac{1-q^7}{1-q} + \cdots$

d) $1 - \frac{1}{3!}x^3\frac{1-q^3}{1-q} + \frac{1}{5!}x^5\frac{1-q^5}{1-q} - \frac{1}{7!}x^7\frac{1-q^7}{1-q} + \cdots$

Problema 20.
Con la misma q-derivada del Problema 19, ¿cuál es el valor de $D_q[e^x]$?

a) $e^x\left[1 + (1-q)\frac{x}{2!} - (1-q)^2\frac{x^2}{3!} + \cdots + (-1)^{n+1}(1-q)^{n-1}\frac{x^{n-1}}{n!} + \cdots\right]$

b) $1 - (1-q)\frac{x}{2!} + (1-q)^2\frac{x^2}{3!} - \cdots + (-1)^n(1-q)^{n-1}\frac{x^{n-1}}{n!} + \cdots$

c) $e^x\left[1 - (1-q)\frac{x}{2!} + (1-q)^2\frac{x^2}{3!} - \cdots + (-1)^n(1-q)^{n-1}\frac{x^{n-1}}{n!} + \cdots\right]$

d) $e^x\left[1 - (1-q)\frac{x}{1!} + (1-q)^2\frac{x^2}{2!} - \cdots + (-1)^n(1-q)^{n-1}\frac{x^{n-1}}{(n-1)!} + \cdots\right]$

Problema 21.
Dados $\alpha, \beta \in (0,1]$, $k \in \mathbb{N}\cup\{0\}$, denote $e_k(t^\alpha) = \sum_{n=0}^{k} \frac{(t^\alpha)^n}{n!}$. La derivada fractal de $f \in C(I,\mathbb{R})$ con respecto a $e_k(t^\alpha)$ es

$$\frac{d}{dt_{\alpha,k}} f(t) := \lim_{\tau \to t} \frac{f(t) - f(\tau)}{e_k(t^\alpha) - e_k(\tau^\alpha)}.$$

Si $f(t) = t^p$, ¿cuál es el valor de $\frac{d}{dt_{\alpha,k}} f(t)$?

a) $\dfrac{\alpha}{\alpha e^{t^\alpha}} t^{p-\alpha}$ **b)** $\dfrac{p}{\alpha e^{t^\alpha}} t^{p-\alpha}$ **c)** $\dfrac{p}{\alpha e^{t^\alpha}} t^{1-\alpha}$ **d)** $\dfrac{p}{\alpha e^{t^p}} t^{p-\alpha}$

Problema 22.
Con la misma derivada fractal del Problema 21, si $\lambda \neq 1$ y $f(t) = e^{\lambda e^{t^\alpha}}$, ¿cuál es el valor de $\dfrac{d}{dt_{\alpha,k}} f(t)$?

a) $\lambda e^{\lambda e^{t^\alpha}}$ **b)** $e^{\lambda e^{t^\alpha}}$ **c)** $\lambda e^{e^{t^\alpha}}$ **d)** $e^{e^{t^\alpha}}$

Problema 23.
Dados $p, q \in \mathbb{R}$, el sistema de números complejos generalizados se define como

$$\mathbb{C}_{p,q} := \{a + Ib \mid I^2 = p + Iq\},$$

con $(a+Ib)+(c+Id) = (a+c)+I(b+d)$ y $(a+Ib)(c+Id) = (ac+pbd)+I(ad+bc+qbd)$. ¿Qué condición deben cumplir p y q para que $\mathbb{C}_{p,q}$ sea un campo?

a) $q^2 + 4p < 0$ **b)** $p^2 + 4q < 0$ **c)** $q^2 + 4p \leq 0$ **d)** $p^2 + 4q \geq 0$

Problema 24.
Con los mismos $\mathbb{C}_{p,q}$ del Problema 23, ¿qué condición deben cumplir p y q para que $\mathbb{C}_{p,q}$ tenga divisores de cero?

a) $q^2 + 4p < 0$ **b)** $q^2 + 4p > 0$ **c)** $q^2 + 4p \leq 0$ **d)** $q^2 + 4p \geq 0$

Problema 25.
Dados $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ con $ad - bc \neq 0$, la transformación fraccionaria lineal se define como

$$T(z) = \frac{az+b}{cz+d}, \quad z \in \mathbb{C} \setminus \{-c^{-1}d\}.$$

Si $c \neq 0$ y $w \in \mathbb{C} \setminus \{-c^{-1}d\}$, ¿cuál es el radio R de convergencia y el desarrollo en serie de potencias de T en torno a w?

a) $R = \dfrac{|cw+d|}{|c|}, \quad T(z) = \dfrac{aw+b}{cw+d} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(-c)^{n-1}(cw+d) + aw + b}{(cw+d)^n}(z-w)^n.$

b) $R = \dfrac{|cw+d|}{|c|}, \quad T(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a(-c)^{n-1}(cw+d) + aw + b}{(cw+d)^{n+1}}(z-w)^n.$

c) $R = \dfrac{|aw+b|}{|c|}, \quad T(z) = \dfrac{aw+b}{cw+d} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(-c)^{n-1}(cw+d) + aw + b}{(cw+d)^{n+1}}(z-w)^n.$

d) $R = \dfrac{|cw+d|}{|c|}, \quad T(z) = \dfrac{aw+b}{cw+d} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a(-c)^{n-1}(cw+d) + aw + b}{(cw+d)^{n+1}}(z-w)^n.$